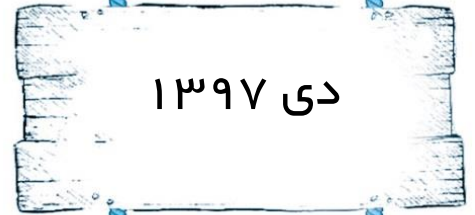
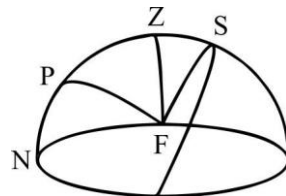


ياحق



۱- گزینۀ ۴



زاویه $PZF =$ سمت نقطه F (محل طلوع ستاره) $A =$ و $FZ = 90^\circ$: ارتفاع سمت الرأس

چون F روی مسیر حرکت ستاره قرار دارد و میل ستاره برابر صفر است: $PF: 90^\circ$

طبق قانون کسینوس‌ها، در مثلث PZF داریم:

$$\cos PF = \cos PZ \cdot \cos ZF + \sin PZ \cdot \sin ZF \cdot \cos PZF$$

$$\cos 90^\circ = \sin (90 - \varphi) \cdot \cos A \quad \rightarrow \quad \cos 90^\circ = \cos \varphi \cdot \cos A$$

$$\cos A = 0 \quad \rightarrow \quad A = 90^\circ$$

۲- گزینه ۲

t زمان بین مقابله و مقارنه است.

$$\beta = \frac{2\pi}{T_M} t$$

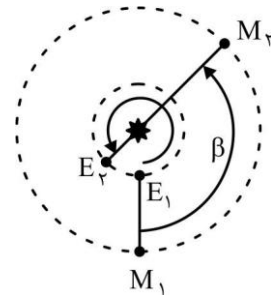
$$\beta + \pi = \frac{2\pi}{T_E} t$$

$$\frac{2\pi}{T_M} t + \pi = \frac{2\pi}{T_E} t$$

$$\Rightarrow 2.t.\left(\frac{1}{T_E} - \frac{1}{T_M}\right) = \pi$$

$$2.t = \frac{T_E T_M}{T_M - T_E}$$

$$t = \frac{1,881}{0,881 \times 2} = 1,068 \text{ years}$$



بنابراین اولین مقارنه بعدی در حدود یک سال و ۲۵ روز بعد یعنی ۱۱ آذر ۱۳۸۵ اتفاق می افتد.

۳- گزینه ۱

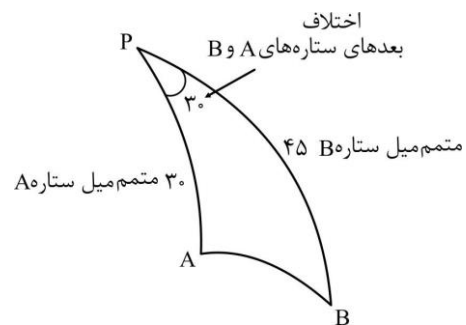
۴- گزینه ۲

طبق قانون کسینوسها در مثلث کروی PAB، داریم (P ستاره قطبی است).

$$\cos AB = \cos 30^\circ \times \cos 45^\circ + \sin 30^\circ \times \sin 45^\circ \times \cos 30^\circ$$

$$\cos AB = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{8} = \frac{3\sqrt{6}}{8}$$

$$AB = 23^\circ$$



۵- گزینه ۳

وقتی ستاره‌ای در مراحل تشکیل یا تولد قرار دارد دمای خیلی زیادی ندارد و بیشترین انرژی خود را در طیف فرورسرخ منتشر می کند. بنابراین فرورسرخ، بهترین ناحیه برای بررسی فرآیند تشکیل ستارگان است. ضمن آن که معمولاً در فرآیند تشکیل ستارگان، این اجرام در میان توده‌های عظیمی از گرد و غبار قرار دارند که پرتوهای ایکس نمی توانند از آنها بگذرند، اما پرتوهای فرورسرخ به راحتی از میان لایه‌های انبوه گرد و غبار عبور می کنند.

۶- گزینه ۱

با استدلالی ساده می توان نشان داد که درخشندگی این لایه با درخشندگی ستاره برابر است. از قانون بقای انرژی استفاده می کنیم. اگر درخشندگی لایه بیشتر یا کمتر از درخشندگی ستاره باشد، بنابراین در هر لحظه، مقداری انرژی خالص از فضای درونی لایه کاسته می شود یا

بدان افزوده می‌شود. بنابراین پس از مدتی، فضای درون این لایه به شدت سرد یا به شدت گرم می‌شود. اما از آن جایی که لایه و ستاره هر دو در شرایط پایداری به سر می‌برند؛ چاره‌ای ندارند جز آن که درخشندگی یکسانی داشته باشند؛ یعنی همان قدر که ستاره انرژی تولید می‌کند همان مقدار انرژی هم از لایه مورد نظر خارج شود تا مقدار انرژی درون لایه ثابت بماند. با استفاده از قانون جسم سیاه، درخشندگی ستاره و لایه را

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

مقایسه می‌کنیم:

$$T_2 = 35000 \cdot \sqrt{\frac{18 \times 6,96 \times 10^8}{0,2 \times 3,09 \times 10^{16}}} = 49,8 \text{ K} \approx 50 \text{ K}$$

با جاگذاری مقادیر، داریم:

۷- گزینه ۱

همان‌طور که در تصویر می‌بینیم، ستاره A در تمام طول موج‌ها انرژی بیشتری منتشر می‌کند، بنابراین نور قرمز بیشتری نیز می‌تاباند. اما رنگ ستاره A نه قرمز، که سفید است. چرا که بیشترین انرژی خود را در طیف مرئی منتشر می‌کند. اما ستاره B بیشترین انرژی خود را نزدیک به نور قرمز می‌تاباند و بنابراین، سهم نور قرمز در آن بیشتر است و قرمزتر دیده می‌شود.

۸- گزینه ۴

۹- گزینه ۴

۱۰- گزینه ۲

$$E = K + U = 0 \rightarrow U = -\frac{1}{2} (4 \times 10^4)^2$$

برای دنباله‌دار ۱ داریم:

$$E = K + U \rightarrow E = +\frac{1}{2} (5 \times 10^4)^2 - \frac{1}{2} (4 \times 10^4)^2 = 4,5 \times 10^8$$

برای دنباله‌دار ۲ داریم:

$$K = \frac{1}{2} v^2 = 4,5 \times 10^8 \rightarrow v = 30 \text{ km/s}$$

۱۱- گزینه ۲

از آن‌جا که کف دره‌های موجود در نمودار در هیچ‌جا مسطح نیست. می‌توان نتیجه گرفت که در مدت گذر دو ستاره از جلوی دیگری، هیچ‌گاه به طور کامل جلوی نور ستاره قبلی سد نشده است که این به معنی برابری تقریبی شعاع دو ستاره است. در چنین حالتی کف هر دره نمودار به معنی مشاهده درخشندگی فقط یکی از دو ستاره است. (ستاره ۲ را ستاره خورشیدگون با دمای حدود ۵۷۹۰ کلوین و ستاره دیگر را با نماد ۱ نمایش می‌دهیم:)

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi r_1^2 \sigma T_1^4}{4\pi r_2^2 \sigma T_2^4}, \quad \frac{L_1}{L_2} = \frac{0.85}{0.25} \rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow T_1 = 1.35 T_2, \quad T_2 = 5790 \text{ K} \rightarrow T_1 = 7800 \text{ K}$$

۱۲- گزینه ۴

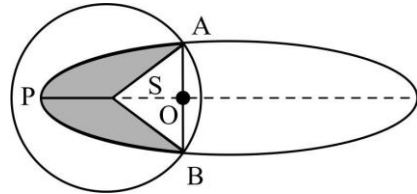
$$T = \frac{S_{(BPAS)}}{\pi ab} \times (1 \text{ سال})$$

$$S_{(BPAS)} = 2(S_{(APO)} - S_{(ASO)})$$

$$= 2\left(\frac{\pi ab}{4} - \frac{abe}{2}\right)$$

$$= 2\left(\frac{\pi \times 1 \times 0.8}{4} - \frac{0.8 \times 0.6 \times 1}{2}\right)$$

$$\rightarrow T = 0.31 \text{ سال} \approx 113 \text{ روز}$$



۱۳- گزینه ۲

با فرض مقدار سرعت ۷۰ کیلومتر بر ثانیه در هر مگاپارسک برای انبساط کنونی کیهان، این کهکشان هم اکنون با سرعت:

$$\frac{54 \times 10^6}{3.26 \times 10^6} \times 70 = 1160 \text{ km/sec}$$

در حال دور شدن از ماست برای افزایش فاصله ۶ میلیون سال نوری دیگر- در صورتی که جهان تخت باشد یعنی سرعت دور شدن کهکشان‌ها از یکدیگر ثابت بماند- باید مدت زمان زیر بگذرد.

$$\frac{6 \times 10^6 \times 9.64 \times 10^{15}}{1.16 \times 10^6} = 4.9 \times 10^{16} \text{ sec} \approx 1.55 \times 10^9 \text{ سال}$$

اما در شرایط جهان باز شونده سرعت دور شدن اجرام از یکدیگر بالاتر رفته و انبساط کیهان شدت می‌گیرد. در نتیجه مدت زمان کمتری نیاز خواهد بود.

۱۴- گزینه ۱

$$E = -\frac{Gmm_e}{2r}, \quad R_e \approx 6400 \text{ km}, \quad m_e \approx 6 \times 10^{24} \text{ kg}, \quad m = 100 \text{ kg}$$

$$\text{مدار اولیه} = E_i = -\frac{Gmm_e}{2(1600 + 6400) \times 10^3} = -2.50 \times 10^9 \text{ J}$$

$$\text{روی زمین} = E_f = -\frac{Gmm_e}{2 \times 6400 \times 10^3} = -3.13 \times 10^9$$

$$E_f - E_i = -6,3 \times 10^8 \text{ J}$$

$$\text{زمان} = \frac{-6,3 \times 10^8}{-10^6} = 6,3 \times 10^2 \text{ ساعت} = 262500 \text{ روز} \approx 719 \text{ سال}$$

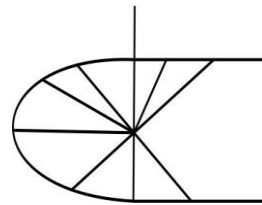
۱۵- گزینه ۴

در نمودار H-R محور دما به صورت کاهشی است. ضمن این که محور قدر مطلق نیز اشتباه است. با افزایش درخشندگی، قدر مطلق ستاره کوچک تر می شود.

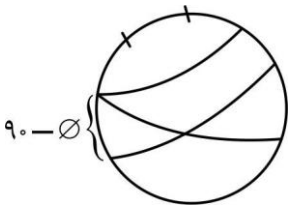
۱۶- گزینه ۱

خروج از مرکز معادله سایه به صورت زیر است:

$$e = \frac{\sin \phi}{\cos \delta}$$

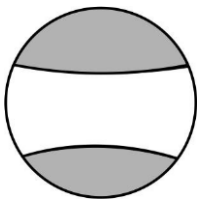


که البته نیازی به دانستن آن هم نبود. در حالتی سهمی است که حداقل ارتفاع خورشید در یک شهر صفر باشد مطابق شکل:



$$\Rightarrow \delta = 90 - \phi$$

بنابراین برای عرض های $\phi < -66,5^\circ$ و $\phi > 66,5^\circ$ ممکن است پس:

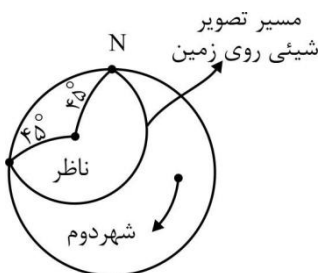


$$S = 2\pi(1 - \cos \epsilon) \times 2$$

$$= 4\pi(1 - \cos \epsilon)$$

$$\Rightarrow \text{درصد ناظران} \frac{S}{4\pi} = 1 - \cos \epsilon = \% 8,3$$

۱۷- گزینه ۴



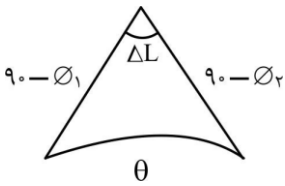
چون شیء دور است پس همواره تصویر آن بر روی کره زمین در دایره صغیره ای با شعاع 45° حول شهر ناظر است.

ارتفاع شیء از دید ناظر دوم برابر متمم فاصله زاویه ای آن شیء از شهر دوم است. پس کمینه فاصله زاویه ای معادل بیشینه ارتفاع است که برابر است با:

$$90 - a_{\max} = \theta - 45^\circ$$

↓

فاصله زاویه‌ای دو شهر اول و دوم



$$\cos \theta = \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos \Delta L$$

$$\rightarrow \theta = 55,22^\circ$$

$$\rightarrow a_{\max} = 79,78^\circ$$

۱۸- گزینه ۲

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad \text{در انتها و با دایروی فرض کردن مدارها:}$$

$$\rightarrow M(r) = \frac{rv^2(r)}{G}$$

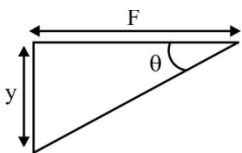
$$\rightarrow M_{\text{tot}} = \frac{Rv_\infty^2}{G}, \quad (v_\infty = 1,50 \text{ km/g}, R = 30 \text{ kpc})$$

$$= 1,56 \times 10^{11} M_\odot$$

۱۹- گزینه ۳

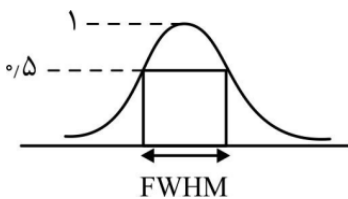
$$D = \lambda \text{ in} \quad F = \lambda$$

$$\rightarrow F = \frac{f}{D} \rightarrow f = 1625,6$$



$$f \theta = y \rightarrow \text{pixel scale} = \frac{\text{pixel size}}{f}$$

$$\text{pixel scale} = 0,25''$$



$$FWHM = \gamma \text{ pixel}$$

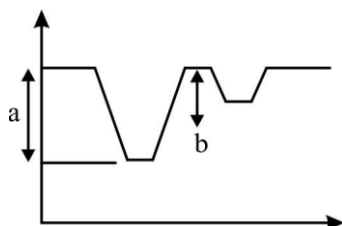
↓

پهنای در نصف بیشینه

$$\rightarrow \text{seeing} = FWHM \times \text{pixelscale} = 1,25''$$

۲۰- گزینه ۱

نسبت عمق دو گرفت را می‌خواهیم:



$$\frac{a}{b} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4$$

$$\rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1,25$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta}$$

$$\rightarrow v_r = \dot{r} = \frac{a(1-e^2)}{(1+e \cos \theta)^2} \times e \sin \theta \times \frac{h(1+e \cos \theta)^2}{a^2(1-e^2)^2} = \frac{h e \sin \theta}{a(1-e^2)}$$

از نمودار

$$\rightarrow v_{r_{\max}} = \frac{h e}{a(1-e^2)} = 1,815 \text{ km/s}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \rightarrow a = 1,056 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\rightarrow e = 0,25$$

ابتدا طول دایرة البروجی خورشید را در دو تاریخ داده شده محاسبه می کنیم:

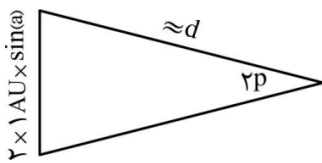
$$\lambda_1 = \frac{31(4)+15}{365,25} \times 36^\circ = 137^\circ$$

$$\lambda_2 = \frac{31(6)+30}{365,25} \times 36^\circ = 212,9^\circ$$

$$\lambda_{\text{ave}} = 174,95^\circ$$

حال میانگین این دو مقدار را در نظر می گیریم:

و دیده می شود که ستاره از نظر طول دایرة البروجی 18° درجه با مقدار اخیر تفاوت دارد. حال با توجه به شکل زیر اختلاف منظر را می یابیم.

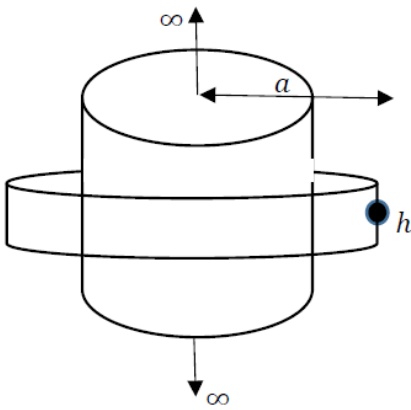


$$\frac{1}{d} = \frac{\sin(p)}{1 \text{ AU} \sin \alpha}$$

$$\alpha = \frac{212,9^\circ - 137^\circ}{2} \text{ که در آن}$$

پس از انجام محاسبات $p = 0,019 \text{ arcsec}$

با توجه به شکل یک سطح گوسی استوانه‌ای حول ساختار با ارتفاع $h \ll H$ و شعاع a در نظر می‌گیریم. از قانون گاوس داریم:



$$\oint \mathbf{g} \cdot d\mathbf{s} = -4\pi GM_{\text{enc}}$$

با توجه به فرض‌ها در آن ناحیه میدان گرانشی تقریباً به صورت $\hat{r} g$ خواهد بود پس داریم:

$$-2\pi agh = -4\pi G(\pi R^2 h \rho_V)$$

$$a\left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 = \frac{2\pi GR^2 \rho_V}{a}$$

$$P = \frac{\sqrt{2\pi} a}{\sqrt{G\rho_V R}}$$

معادله درجه دوم با ضرایب داده شده است پس به راحتی برای مجموع دو ریشه داریم:

$$\beta = \theta_1 + \theta_2$$

و برای ضرب دو ریشه

$$\theta_1 \theta_2 = -\frac{4GM}{c^2} \left(\frac{D_s - D_l}{D_s D_l} \right)$$

$$M = -\frac{\theta_1(\beta - \theta_1)c^2}{4G} \left(\frac{D_l D_s}{D_s - D_l} \right)$$

بنابراین:

ابتدا برای زاویه مرکزی روبه‌رو به ضلع پنج ضلعی

$$a = \frac{36^\circ}{5} = 7.2^\circ$$

حالا بیشترین فاصله بین دو شهر خواهد بود که اختلاف طول جغرافیایی آن دو برابر باشد با: $2a = 14.4^\circ$

از رابطه کوسینوس‌ها برای فاصله زاویه‌ای بین دو شهر داریم

$$\cos \theta = \cos (90 - \varnothing) \cos (90 - \varnothing) + \sin (90 - \varnothing) \sin (90 - \varnothing) \cos (2a)$$

$$\theta = 47,4^\circ$$

برای اندازه تونل

$$d = 2R_E \sin \frac{\theta}{2}$$

$$d = 5127 \text{ km}$$

۲۶- گزینه ۱

ابتدا شار دریافتی را در فاصله یک واحد نجومی حساب می‌کنیم:

$$b = \frac{L}{4\pi d^2}$$

توان بازتاب شده از سطح سیاره برابر است با:

$$E_v = \pi r_v^2 \times b \times A_v = \frac{A_v L r_v^2}{4 d^2}$$

$$f_v = \frac{E_v}{2\pi d^2} = \frac{A_v L r_v^2}{8\pi d^4}$$

$$m_v - m_{\text{sun}} = -2,5 \log \left(\frac{f_v}{f_{\text{sun}}} \right) = -2,5 \log \left(\frac{A_v r_v^2}{2 d^2} \right) = 23,8 \quad m_v = -3,7$$

۲۷- گزینه ۲

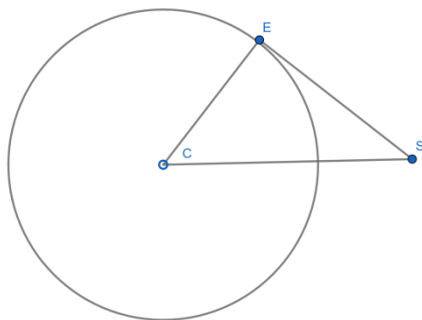
اگر امتحان را ۳۵ سؤاله فرض کرده و فرض کنیم برای حل هر سؤال به صورت میانگین به ۲ فرمول نیاز داشته باشیم و در هر فرمول از ۳ داده استفاده شود که با نماد علمی هر داده شامل ۶ یا ۷ کاراکتر خواهد بود و ۱۰ بار از دکمه‌های محاسباتی مثل تقسیم، ضرب و ... استفاده کنیم داریم:

$$35 \times 2 \times (3 \times 6 + 10) \approx 2000$$

۲۸- گزینه ۱

با استفاده از نقشه، قطر منطقه تحت پوشش هر ماهواره‌ها حدود ۴۰۰۰ km محاسبه می‌کنیم.

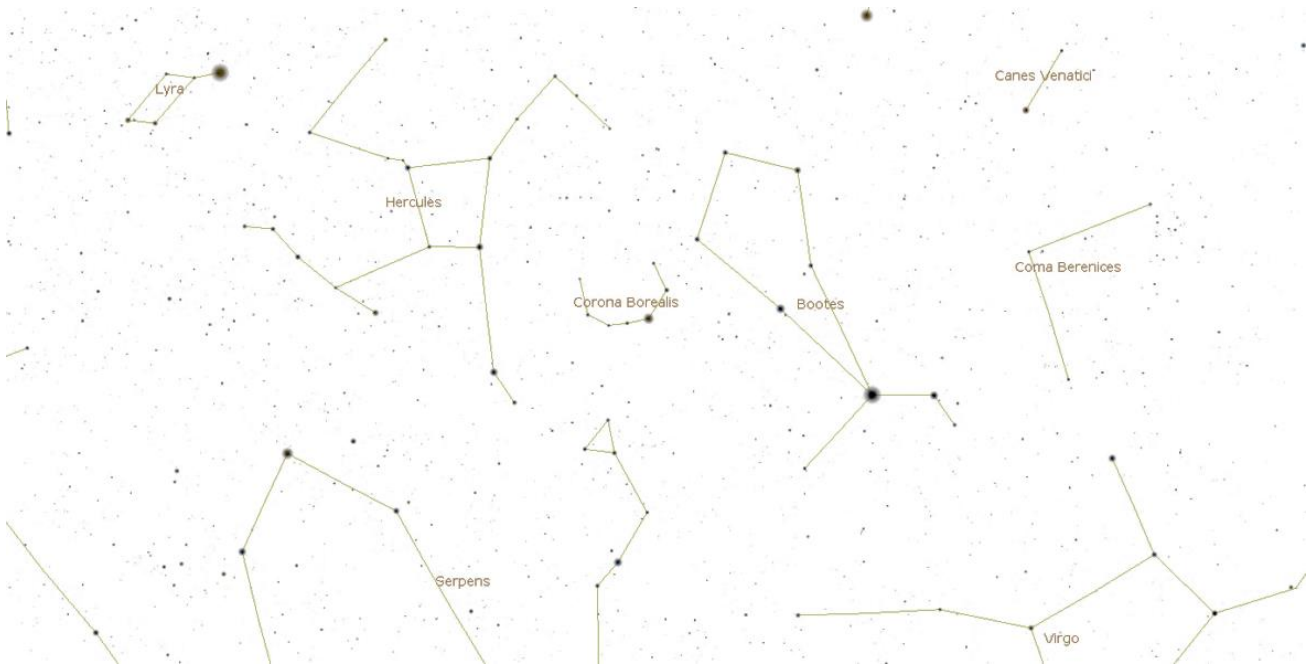
با توجه به شکل برای محاسبه زاویه C داریم:



$$C = \frac{4000}{2 \times 6378} = 0,31 \text{ rad} = 18^\circ$$

$$\cos C = \frac{R}{r_s} \quad r_s = \frac{R}{\cos C} = 6700 \text{ km}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_s^3}{GM}} = 1 \text{ h } 30 \text{ m}$$



$$ra = r\pi, \quad b = r = a\sqrt{1-e^2}$$

$$\frac{r}{\pi} = \sqrt{1-e^2} \quad e = \sqrt{1-\left(\frac{r}{\pi}\right)^2}$$

طراحان المپیادهای آریستک در آزمون دوم سال ۱۳۹۷

رشته	سرگروه و طراح	گروه طراحان
ادبی	میرسالار رضوی	نیما بهرامی - مهتا بیگی - فاطمه داوودی - ستایش دشتی - علیرضا فتاح - سید رضا موسوی هفتادار کاوه وزیری
ریاضی	محمد جعفری	سید فرشید باطنی - آرشام جمشیدی - محمد شریفی - سید حسام فیروزی
زیست‌شناسی	معین قاسمی خشایار قوامی	شایان باقری - علیرضا تنوری - امیرحسین چاوشی - محمدمین خرقانی - عرفان شیرمحمدی شهره عشقی - پیام فتاحی - کیمیا فرهمند - علی گلستانی - مهدی ملک‌پور
شیمی	علیرضا مسکاران	آرش باقریان - بهشاد پوریان - علی جهرمی - ارشیا خادمی - امیرمحمد خلجی - سعید شیری محمدجواد علیمحدی - حمید مفخم - سمیرا میرشی - کسری میرزایی
فیزیک	علیرضا نوروزشاد	منصور بهتاج - علیرضا درویشی - امیر زارع - عرفان شعبانی - نیما محمدزاده
کامپیوتر	امیررضا پوراخوان	دانیال عرفانیان - جواد کریمی
نجوم	احسان مهرجو	محمدصدرا حیدری - امیر شریعت - شایان عزیزی - عطا مرادی
برنامه‌ریزی و هماهنگی مجموعه المپیادهای آزمایشتنی: مرتضی خلینا - افشین زهتاب		

با آرزوی موفقیت برای همه شرکت‌کنندگان در این آزمون، پاسخ تشریحی را از ساعت ۱۸ یکشنبه ۳۰ دی از سایت www.gachesefid.com ببینید. برای دیدن کارنامه‌های فردی و رتبه‌بندی، نام کاربری و رمز عبور را (همین الان) از مسئول آزمون بگیرید و در سامانه گچ سفید وارد شوید. در اولین ورود اطلاعات شما به طور خودکار تکمیل می‌شود. اگر در آزمون قبلی شرکت کرده‌اید، نام کاربری و رمز شما تغییر نکرده و همان است که در سامانه تعریف کرده‌اید.



دوره آموزش و جمع‌بندی مرحله دوم المپیادهای علمی و ادبی در روزهای ۶ تا ۱۱ فروردین ۱۳۹۷ در تهران برگزار خواهد شد. شرکت در این دوره برای پذیرفته‌شدگان مرحله اول المپیاد بسیار مفید است.